**Feladatbank**

**Számjegyes**

**Címe**: 1

M

**Kérdés**:

Egy áruházban a vásárolt termékek jótállási jegyének lepecsételését az információs pultnál végzik. A délutáni időszakban óránként átlagosan 25-en szoktak az információs pulthoz járulni, ahol egy ügyfelet átlagosan 2 perc alatt szolgálnak ki. Az információnál egyszerre egy eladó tartózkodik. Tegyük fel, hogy a beérkezések Poisson-eloszlásúak, a kiszolgálási idők pedig exponenciális eloszlást mutatnak.

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott időpontban legalább három vásárló tartózkodik az információs pultnál?
2. Mennyi az egy időben az információs pultnál tartózkodó ügyfelek (beleértve az éppen kiszolgálás alatt lévőt is) számának várható értéke?
3. Mennyi a sorbanállással eltöltött idő hosszának várható értéke?
4. Mennyire csökkenne a sorbanállással eltöltött idő, ha egy ügyfelet átlagosan 1,5 perc alatt szolgálnak ki?

**Megoldás**:

a)

b)

Az információs pultnál átlagosan 5 fő tartózkodik.

c)

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 1/6 óra, azaz 10 perc.

d)

A rendszer paraméterei az új helyzetben:

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 1/24 óra, azaz 2,5 perc.

**Számjegyes**

**Címe**: 2

M

**Kérdés**:

Egy önkiszolgáló étterem pénztárához óránként átlagban 45-en érkeznek. A pénztáros egy vendéget átlagosan egy perc alatt szolgál ki. Tegyük fel, hogy a beérkezések Poisson-eloszlásúak, a kiszolgálási idők pedig exponenciális eloszlást mutatnak.

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott időpontban legalább két vendég tartózkodik a pénztárnál?
2. Mennyi az egy időben a pénztárnál tartózkodó vendégek (beleértve az éppen kiszolgálás alatt lévőt is) számának várható értéke?
3. Mennyi a sorbanállással eltöltött idő hosszának várható értéke?
4. Mennyire csökkenne a sorbanállással eltöltött idő, ha egy vendéget átlagosan 40 másodperc alatt szolgálnak ki?

**Megoldás**:

a)

b)

A pénztárnál átlagosan 3 fő tartózkodik.

c)

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 1/20 óra, azaz 3 perc.

d)

A rendszer paraméterei az új helyzetben:

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 1/50 óra, azaz 1,2 perc.

**Számjegyes**

**Címe**: 3

S

**Kérdés**:

Egy mozi pénztára vasárnaponként délelőtt 10-től este 8-ig tart nyitva. Vasárnaponként összesen 720-an szoktak sorbanállni a pénztárnál. Egy ügyfél kiszolgálásának időtartama átlagosan fél perc. Tegyük fel, hogy a beérkezések Poisson-eloszlásúak, a kiszolgálási idők pedig exponenciális eloszlást mutatnak.

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott időpontban három jegyvásárló tartózkodik a pénztárnál?
2. Mennyi az egy időben a pénztárnál tartózkodó ügyfelek (beleértve az éppen kiszolgálás alatt lévőt is) számának várható értéke?
3. Mennyi a sorbanállással eltöltött idő hosszának várható értéke?
4. Mennyivel csökkenne a sorbanállással eltöltött idő, ha vasárnaponként összesen 600-an állnának sorban a pénztárnál?

**Megoldás**:

a)

b)

A pénztárnál átlagosan 1,5 fő tartózkodik.

c)

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 0,00125 óra, azaz 0,075 perc, azaz 4,5 másodperc.

d)

A rendszer paraméterei az új helyzetben:

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 1/1200 óra, azaz 0,05 perc, azaz 3 másodperc. Így a csökkenés a várakozási időben 1,5 másodperc.

**Számjegyes**

**Címe**: 4

S

**Kérdés**:

Egy múzeum bejáratához óránként átlagosan 42-en érkeznek. A látogatókat egyenként engedik be, amikor egy bent lévő kilép az épületből. A múzeumot átlagban percenként egy látogató hagyja el. Tegyük fel, hogy a beérkezések Poisson-eloszlásúak, a kiszolgálási idők pedig exponenciális eloszlást mutatnak.

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott időpontban két látogató várakozik (a bent tartózkodókat egy főnek tekintjük)?
2. Mennyi az egy időben a bejáratnál várakozók számának várható értéke?
3. Mennyi a sorbanállással eltöltött idő hosszának várható értéke?
4. Mennyivel lenne kevesebb a sorbanállással eltöltött idő, ha óránként csak 21-en érkeznének?

**Megoldás**:

a)

Ha a sorbanállók száma 2, akkor a rendszerben hárman vannak hiszen egy éppen kiszolgálás alatt van.

b)

A bejáratnál átlagosan 49/30 ≈ 1,63 fő tartózkodik.

c)

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 7/180 óra, azaz ≈ 2.3 perc.

d)

A rendszer paraméterei az új helyzetben:

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 0,008974 óra, azaz 0,5385 perc, azaz 32,3 másodperc. Így a csökkenés a várakozási időben 138 - 32 = 106 másodperc.

**Számjegyes**

**Címe**: 5

M

**Kérdés**:

Egy kis öltönyboltnak egyetlen öltözőfülkéjéhez átlagosan negyedóránként érkezik vásárló ruhát próbálni. Egy vásárlónak az öltözőfülkében való tartózkodási ideje átlagban 6 perc. Tegyük fel, hogy a beérkezések Poisson-eloszlásúak, a kiszolgálási idők pedig exponenciális eloszlást mutatnak.

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott időpontban legalább két vásárló tartózkodik az öltözőfülkénél (közülük az egyik a fülkében, a másik kint várakozik)?
2. Mennyi az egy időben az öltözőfülkénél tartózkodó vásárlók (beleértve az éppen a fülkében lévőt is) számának várható értéke?
3. Mennyi a sorbanállással eltöltött idő hosszának várható értéke?
4. Mennyivel lenne kevesebb a sorbanállással eltöltött idő, ha egy vásárlónak a fülkében eltöltött ideje 5 percre csökkenne?

**Megoldás**:

a)

b)

Az öltözőfülkénél átlagosan 2/3 vásárló tartózkodik.

c)

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 1/15 óra, azaz 4 perc.

d)

A rendszer paraméterei az új helyzetben:

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 1/24 óra, azaz 2,5 perc.

Így a csökkenés a várakozási időben 1,5 perc.

**Számjegyes**

**Címe**: 6

M

**Kérdés**:

Egy önkormányzati hivatalban egy ügyintéző fogadja az ügyfeleket, naponta 6 órán keresztül Egy ember kiszolgálása átlagosan negyed órát vesz igénybe. Az egy nap alatt beérkező ügyfelek száma átlagosan 15. Tegyük fel, hogy a beérkezések Poisson-eloszlásúak, a kiszolgálási idők pedig exponenciális eloszlást mutatnak.

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott időpontban legalább három ügyfél tartózkodik a hivatalban?
2. Mennyi az egy időben a hivatalban tartózkodó ügyfelek (beleértve az éppen kiszolgálás alatt lévőt is) számának várható értéke?
3. Mennyi a sorbanállással eltöltött idő hosszának várható értéke?
4. Mennyivel csökkenne a sorbanállással eltöltött idő, ha egy ügyfelet átlagosan 10 perc alatt szolgálnának ki?

**Megoldás**:

a)

b)

A hivatalban átlagosan 5/3 ≈ 1,67 fő tartózkodik.

c)

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 5/72 óra, azaz 4,17 perc.

d)

A rendszer paraméterei az új helyzetben:

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 5/252 óra, azaz 1,19 perc.

Így a sorbanállással eltöltött időben való csökkenés ≈ 3 perc.

**Számjegyes**

**Címe**: 7

S

**Kérdés**:

Egy postahivatalban naponta átlagban 70 személy fordul meg (10 órás munkanap alatt); óránként 10 személyt képesek kiszolgálni. Tegyük fel, hogy a beérkezések Poisson-eloszlásúak, a kiszolgálási idők pedig exponeneciális eloszlást mutatnak. A hivatalban egy ügyintéző foglalkozik az ügyfelekkel.

1. Átlagosan hányan várakoznak a sorban, arra, hogy kiszolgálják őket?
2. Mennyi a sorbanállással eltöltött idő hosszának a várható értéke?
3. Mekkora a valószínűsége a nem várakozásnak?
4. Mekkora valószínűsége annak, hogy a postahivatalban egyszerre kettőnél többen legyenek?

**Megoldás**:

a)

A sorban átlagosan 49/30 ≈ 1,63 fő várakozik.

b)

Sorbanállással eltöltött id hosszának várható értéke 7/30 ó azaz 14 perc.

c)

Ahhoz, hogy ne alakuljon ki várakozó sor a rendszerben legfeljebb egy ügyfél tartózkodhat.

d)

**Számjegyes**

**Címe**: 8

S

**Kérdés**:

AzAuchan hipermarket zöldség osztályán egy eladó méri le egy mérlegen a vásárlók által becsomagolt árut. A vasárnap délelőtti időszakban percenként átlagosan 6-an szoktak mérést kérni. Egy vásárlót átlagosan 8 másodperc alatt szolgálnak ki. Tegyük fel, hogy a vásárlók árujának mérése Poisson-folyamatot alkot, a kiszolgálási idők pedig exponenciális eloszlás szerint alakulnak.

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott időpontban két vásárló tartózkodik a mérlegnél?
2. Mennyi a sorbanállással eltöltött idő hosszának várható értéke?
3. Mennyivel csökkenne a sorbanállással eltöltött idő, ha egy ügyfelet átlagosan 7 másodperc alatt szolgálnak ki?
4. Mennyire csökkene a b) pontban kiszámított idő, ha percenként átlagosan 5 vásárló kérne mérést?

**Megoldás**:

a)

b)

A mérlegnél várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 8/15 perc azaz 32 másodperc.

c)

A mérlegnél várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 49/180 perc azaz 16,3 másodperc.

Így a sorbanállással töltött időtartam kb. felére csökken, azaz 16,3 mp-re.

d)

A mérlegnél várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 16/45 perc azaz 21,3 másodperc.

**Számjegyes**

**Címe**: 9

S

**Kérdés**:

Egy magyar focimeccsre a jegypénztárnál lehetett belépőjegyet vásárolni. Óránként átlagosan 12-en érkeztek jegyet vásárolni. Egyetlen ablaknál volt kiszolgálás. A pénztáros átlagosan 3 perc alatt szolgált ki egy vásárlót. Tegyük fel, hogy a beérkezések Poisson-eloszlásúak, a kiszolgálási idők pedig exponenciális eloszlást mutatnak.

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott időpontban legfeljebb két vásárló tartózkodik a pénztárnál?
2. Mennyi az egy időben a pénztárnál tartózkodó vásárlók (beleértve az éppen kiszolgálás alatt lévőt is) számának várható értéke?
3. Mennyi a sorbanállással eltöltött idő hosszának várható értéke?
4. Mennyivel csökkenne a sorbanállással eltöltött idő, ha egy vásárlót átlagosan 2 perc alatt szolgálnának ki?

**Megoldás**:

a)

b)

Az információs pultnál átlagosan 1,5 fő tartózkodik.

c)

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 3/40 óra, azaz 4,5 perc.

d)

A rendszer paraméterei az új helyzetben:

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 1/45 óra, azaz 1,3 perc.

Így a csökkenés a várakozási idő átlagában ≈ 3,2 perc.

**Számjegyes**

**Címe**: 10

S

**Kérdés**:

Egy cukrászdában a bejgli-időszak kezdetén egy eladó szolgálja ki azokat a vásárlókat, akik csak bejgliért jöttek. Az eladó 10 órán keresztül van szolgálatban, és átlagban 1,5 perc egy vásárló kiszolgálási ideje. Naponta átlagosan 320 ember jön a cukrászdába cask bejgliért. Tegyük fel, hogy a beérkezések Poisson-eloszlásúak, a kiszolgálási idők pedig exponenciális eloszlást mutatnak.

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott időpontban pontosan négy vásárló tartózkodik a bejgli-pultnál?
2. Mennyi az egy időben a bejgli-pultnál tartózkodó emberek (beleértve az éppen kiszolgálás alatt lévőt is) számának várható értéke?
3. Mennyi a sorbanállással eltöltött idő hosszának várható értéke?
4. Mennyivel csökkenne a sorbanállással eltöltött idő, ha egy vásárlót átlagosan 75 másodperc alatt szolgálnának ki?

**Megoldás**:

a)

b)

A bejgli-pultnál átlagosan 4 vásárló tartózkodik.

c)

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 1/10 óra, azaz 6 perc.

d)

A rendszer paraméterei az új helyzetben:

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 1/24 óra, azaz 2,5 perc.

Így a sorbanállással eltöltött idő átlaga 3,5 perccel csökken.

**Számjegyes**

**Címe**: 11

M

**Kérdés**:

Egy postahivatal raktárhelyiségébe naponta 30 csomag szokott érkezni átlagban. Az összes adminisztrációs tennivalót belezámítva átlagosan negyedóránként adnak át egy csomagot egy ügyfélnek. A postahivatal napi 10 órán keresztül van nyitva. Tegyük fel, hogy a beérkezések Poisson-eloszlásúak, a kiszolgálási idők pedig exponenciális eloszlást mutatnak.

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott időpontban legalább 2 csomag tartózkodik a postán?
2. Mennyi az egy időben a postán lévő csomagok (beleértve az éppen kiadás alatt lévőt is) számának várható értéke?
3. Mennyi a csomagnak a raktárban tartózkodási ideje hosszának várható értéke?
4. Mennyivel csökkenne a raktárban tartózkodási idő, ha egy csomagot átlagosan 10 perc alatt adnának ki?

**Megoldás**:

a)

b)

A postán átlagosan 3 csomag van.

c)

A csomagnak a raktárban eltöltött ideje hosszának várható értéke 0,075 óra, azaz 4,5 perc.

d)

A rendszer paraméterei az új helyzetben:

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 1/60 óra, azaz 1 perc.

Így a raktárban való várakozási idő 3,5 perccel csökken.

**Számjegyes**

**Címe**: 12

S

**Kérdés**:

Egy áruház ügyfélszolgálati pultjánál egy ügyintéző fogadja az ügyfeleket, naponta 12 órán keresztül. Egy ember kiszolgálása átlagosan 10 percet vesz igénybe. Az egy nap alatt az ügyfélszolgálathoz érkező ügyfelek száma átlagosan 60. Tegyük fel, hogy a beérkezések Poisson-eloszlásúak, a kiszolgálási idők pedig exponenciális eloszlást mutatnak.

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott időpontban legalább három ügyfél tartózkodik a pultnál?
2. Mennyi az egy időben az ügyfélszolgálathoz forduló ügyfelek (beleértve az éppen kiszolgálás alatt lévőt is) számának várható értéke?
3. Mennyi a sorbanállással eltöltött idő hosszának várható értéke?
4. Mennyivel csökkenne a sorbanállással eltöltött idő, ha egy ügyfelet átlagosan 8 perc alatt szolgálnának ki?

**Megoldás**:

a)

b)

Az ügyfélszolgálati pultnál átlagosan 5 fő tartózkodik.

c)

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 5/6 óra, azaz 50 perc.

d)

A rendszer paraméterei az új helyzetben:

A sorbanállással, várakozással eltöltött idő hosszának várható értéke 4/15 óra, azaz 16 perc.

Így a várakozási időtartam átlaga 34 perccel csökkent.